

MECHANIKA STOSOWANA

STATYKA

**LECH MURAWSKI
WYDZIAŁ MECHANICZNY
KPT**

**lemur@wm.am.gdynia.pl
pok. A213**

Zasady

- Obecność będzie sprawdzana na wykładach -> lista; obecność może przeważać szalę stopnia z zajęć (STCW -> dużo nieobecności = niezaliczenie)
- Proszę o nie spóźnianie się; w przypadkach losowych -> cisza; zmiana zasad gdy spóźnienia będą nagminne
- Na wykładzie będzie podane wszystko co jest niezbędne do egzaminu; egzamin tylko teoretyczny – pięć pytań; najważniejszy jest tok rozumowania; zalicza powyżej 50%
- Do zaliczenia przedmiotu trzeba mieć zaliczone zarówno ćwiczenia jak i egzamin z wykładów
- Poprawy, zaliczanie zajęć oraz wszelkie pytania i problemy na konsultacjach (**środa godz. 11-12 w semestrze**)
- Wszelkie ustalenia tylko (!) poprzez starostę roku/grupy; proszę o maile kontaktowe
- Informacje na stronie Wydziału Mechanicznego pod moim nazwiskiem

Pytania?

Literatura

Teoria:

- J.Leyko: *Mechanika Ogólna*
- T.Niezdodziński: *Mechanika Ogólna*
- W.Kurnik: *Wykłady z Mechaniki Ogólnej*
- M.Zajrzewski, J.Zawadzki: *Wytrzymałość Materiałów*
- A.Jakubowicz, Z.Orłoś: *Wytrzymałość Materiałów*

Zadania:

- J.Misiak: *Zadania z Mechaniki Ogólnej*
- M.Fligel: *Zadania z Mechaniki Ogólnej*
- M.E.Niezdodziński, T.Niezdodziński: *Wzory, Wykresy i Tablice Wytrzymałościowe*

Książki i skrypty: Prof. Zbigniew Powierża

- L. Murawski: *Static and Dynamic Analyses of Marine Propulsion Systems*

również dostępne w bibliotece:

- J. Grabski, J. Strzałko: *Wykłady z Mechaniki Ogólnej*
- J. Grabski, J. Strzałko: *Materiały do Ćwiczeń z Mechaniki*

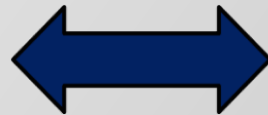
Mechanika to dział fizyki zajmujący się ruchem, stanem równowagi i odkształcaniem ciał materialnych (ośrodków ciągłych) spowodowanych oddziaływaniem innych ciał (siły).

**Mechanika
relatywistyczna**



**Mechanika
nierelatywistyczna**

**Mechanika
kwantowa**



**Mechanika
klasyczna**

**Mechanika
ciał odkształcalnych**



**Mechanika
ciał nieodkształcalnych**

Działy mechaniki

- **Statyka** Bada stany równowagi ciał poddanych działaniu sił
- **Kinematyka** Bada ruchy ciał bez uwzględnienia działających sił, mas ciał oraz warunków ruchu
- **Dynamika** Bada ruchy ciał materialnych pod wpływem działających sił z uwzględnieniem praw Newtona
- **Teoria Drgań** Bada metody analiz drgań własnych i wymuszonych układów mechanicznych
- **Wytrzymałość Materiałów** Bada zjawiska zachodzące w materiałach (odkształcenia, naprężenia) występujące pod wpływem oddziaływania sił zewnętrznych (statyka odkształcalnych ciał stałych)

Podstawowe pojęcia i zasady statyki

Siła - wektorowa wielkość fizyczna będąca miarą oddziaływań fizycznych między ciałami.

Jednostka w układzie SI: **[N]**

Siła ma wartość 1 N, jeżeli nadaje ciału o masie 1 kg, przyspieszenie 1 m/s^2

Rozróżnienie siły ciężkości (waga) od masy!

Klasyfikacje sił:

- wynikające ze styku dwóch ciał oraz działające na odległość: grawitacyjne, elektromechaniczne, słabe, silne; pozorna bezwładności
- Siła skupiona, powierzchniowa (np. ciśnienie, tarcie), objętościowa (np. ciężkości), liniowa
- Siły wewnętrzne i zewnętrzne

Moment siły względem punktu i prostej

$$\vec{M}_0 = \vec{F} \times \vec{r}$$

$$|\vec{M}_0| = F \cdot r \cdot \sin\alpha$$

$$|\vec{M}_0| = F \cdot \rho$$

Moment siły względem prostej jest równy rzutowi wektora siły na płaszczyznę prostopadłą do prostej, pomnożonemu wektorowo przez odległość pomiędzy tą siłą a punktem przebicia prostej przez płaszczyznę.

Moment siły względem osi współrzędnych:

$$\vec{M}_0 = [M_x, M_y, M_z]$$



Moment pary sił

Para sił jest to układ złożony z dwóch sił równoległych nie leżących na jednej prostej, równych co do wielkości i o przeciwnych zwrotach.

Wypadkową pary sił jest siła zerowa; moment pary sił jest wielkością charakteryzującą parę sił. Moment pary sił jest wektorem swobodnym bo nie zależy od punktu względem którego liczymy momenty pojedynczych sił.

$$\vec{M}_o = \vec{AB} \times \vec{F}$$

$$|\vec{M}_o| = F \cdot d$$



Moment pary sił

Moment pary sił jest wektorem swobodnym (wielkość, kierunek i zwrot) \Rightarrow konsekwencje:

- Parę sił można dowolnie przesuwać i obracać w jej płaszczyźnie (moment pary sił będzie niezmienny)
- Parę sił można przesuwać do płaszczyzn równoległych nie zmieniając skutków jej działania
- Istotny jest tylko iloczyn wielkości sił przez ich odległość (można zmieniać wielkość sił, zmieniając jednocześnie ich odległość)
- Dowolną liczbę par sił działających na ciało sztywne możemy zastąpić jedną parą sił - jednym momentem pary sił. Moment wypadkowy jest równy sumie wektorowej momentów par sił składowych.

$$\overline{M}_w = \sum_{i=1}^n \overline{M}_i$$

Jeżeli wszystkie pary sił leżą na jednej płaszczyźnie, to:

$$M_w = \sum_{i=1}^n M_i$$



Podpory i reakcje podpór

Więzy i reakcje więzów

Ciała ograniczające swobodne przemieszczanie się analizowanych innych ciał nazywamy więzami lub podporami. W statyce rozpatrujemy jedynie więzy nieruchome.

Siły, z jakimi podpory działają na analizowane ciało, nazywamy reakcjami (podpór).

Kierunki reakcji podpór:

- siła normalna dla podpór powierzchniowych (płaskich i zakrzywionych)
- siła osiowa dla lin, prętów i cięgien
- siła normalna do stycznej dla przegubu walcowego
- siły w przesuwным i nieprzesuwным (reakcje składowe i reakcja wypadkowa) przegubie kulistym
- siły w łożyskach



Układ dwóch sił

Rodzaje położenia dwóch dowolnych sił w przestrzeni:

1. Dwie siły leżą na jednej prostej: *ich wypadkowa sprowadza się do sumy algebraicznej, która może być równa zeru i są do pominięcia w zadaniach statyki ale nie wytrzymałości mat.*
2. Linie działania dwóch sił przecinają się: *siły zbieżne dają się sprowadzić do wypadkowej przy pomocy rachunku wektorowego (geometrycznie lub algebraicznie po rozkładzie na osie układu współrzędnych).*
3. Dwie siły są równoległe (zbieżne w punkcie niewłaściwym – w nieskończoności): *wypadkowa jest równa sumie algebraicznej a jej położenie wyznaczamy z warunku sumarycznego zerowego momentu wszystkich sił względem punktu leżącego na linii działania siły wypadkowej.*



Układ dwóch sił dowolnych

Rodzaje położenia dwóch dowolnych sił w przestrzeni:

4. Dwie siły są antyrównoległe (równoległe linie działania, przeciwne zwroty, równe moduły): *jest to para sił której wypadkową jest jedynie moment siły.*
5. Położenie dwóch sił jest skośne (wichrowate – nie leżą na jednej płaszczyźnie): *siły takie można sprowadzić do układu: siły wypadkowej (główny wektor siły) oraz pary sił (główny wektor momentu). **Uwaga: siła wypadkowa F_w i para sił F_1xd leżą na różnych płaszczyznach!***



Dowolny układ sił

Dowolny układ sił przyłożonych do ciała sztywnego możemy zastąpić jedną siłą wypadkową F_w przyłożoną do dowolnego punktu O , równą sumie geometrycznej sił układu oraz jedną parą sił o momencie M_0 , równym sumie momentów danych sił F_i względem bieguna O .

Siłę wypadkową F_w nazywa się **głównym wektorem układu sił**, natomiast moment M_0 , - **głównym momentem układu sił**.

Główny wektor układu sił F_w jest niezależny od położenia bieguna O , natomiast główny moment M_0 jest zależny od przyjęcia położenia bieguna O .

Przestrzenny dowolny układ sił

Warunkiem równowagi bryły sztywnej poddanej działaniu dowolnego przestrzennego układu sił jest zerowanie się głównego wektora siły i głównego wektora momentu.

$$\vec{F}_w = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \qquad \vec{M}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i,0} = 0$$

W zapisie wersorowym:

$$\vec{F}_w = F_{w_x} \cdot \vec{i} + F_{w_y} \cdot \vec{j} + F_{w_z} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{M}_0 = M_{0_x} \cdot \vec{i} + M_{0_y} \cdot \vec{j} + M_{0_z} \cdot \vec{k}$$

Warunki równowagi przestrzennego dowolnego układu sił

$$\overline{F_w} = 0 \quad i \quad \overline{M_0} = 0$$



$$F_{w_x} = 0, \quad F_{w_y} = 0, \quad F_{w_z} = 0$$

$$M_{0_x} = 0, \quad M_{0_y} = 0, \quad M_{0_z} = 0$$



$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0$$
$$\sum_{i=1}^n M_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{iz} = 0$$

Bryła poddana przestrzennemu dowolnemu układowi sił jest w równowadze jeżeli spełnionych jest sześć równań równowagi.

Warunki równowagi płaskiego dowolnego układu sił

Aby ciało było w równowadze, zarówno główny wektor siły układu F_w jak i główny wektor momentu (liczony względem dowolnego punktu) M_0 muszą być równe zeru.

$$\vec{F}_w = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_{i,0} = 0$$

Równania równowagi płaskiego dowolnego układu sił

$$\overline{F_w} = 0 \quad i \quad \overline{M_0} = 0$$



$$F_{w_x} = 0, \quad F_{w_y} = 0, \quad M_0 = 0$$

Ponieważ rzut sumy na dowolną oś jest równy sumie rzutów poszczególnych sił składowych to:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{i,0} = 0$$

Dla płaskiego dowolnego układu sił mamy trzy równania równowagi. Za pomocą tych równań możemy obliczyć trzy niewiadome. Jeżeli niewiadomych jest więcej to mamy do czynienia z układem statycznie niewyznaczalnym i ...

Zbieżny układ sił

Zbieżny układ sił jest to układ w którym linie działania wszystkich sił przecinają się w jednym punkcie.

Zbieżny układ sił można sprowadzić do jednej siły wypadkowej, która jest sumą wektorową wszystkich sił.

$$\vec{F}_w = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

$$\vec{F}_w = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



Przestrzenny zbieżny układ sił

Przestrzenny, zbieżny układ sił jest to układ w którym linie działania sił nie leżą w jednej płaszczyźnie ale przecinają się w jednym punkcie.

$$\vec{F}_W = F_{W_x} \cdot \vec{i} + F_{W_y} \cdot \vec{j} + F_{W_z} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{F}_W \equiv 0 \rightarrow F_{W_x} = 0 \text{ i } F_{W_y} = 0 \text{ i } F_{W_z} = 0$$

Równania równowagi przestrzennego, zbieżnego układu sił:

$$\sum_{i=1}^n F_{i_x} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{i_y} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n F_{i_z} = 0$$

Warunki równowagi płaskiego zbieżnego układu sił

Ciało jest w równowadze (nie porusza się) jeżeli wypadkowa siła jest równa zero (zamknięcie wieloboku wszystkich sił składowych).

$$\vec{F}_W = F_{W_x} \cdot \vec{i} + F_{W_y} \cdot \vec{j}$$

$$\vec{F}_W \equiv 0 \rightarrow F_{W_x} = 0 \text{ i } F_{W_y} = 0$$

Równania równowagi płaskiego, zbieżnego układu sił:

$$\sum_{i=1}^n F_{i_x} = 0 \qquad \sum_{i=1}^n F_{i_y} = 0$$

Płaski układ sił zbieżnych jest w równowadze jeżeli suma rzutów wszystkich sił na oś x oraz oś y jest równa zero.

Rozwiązywanie zadań ze statyki

Kolejność postępowania (znajdowanie warunków równowagi):

1. Oswobodzenie rozpatrywanego ciała z więzów – zastąpienie oddziaływania innych ciał reakcjami więzów.
2. Przyjęcie układu współrzędnych (najczęściej Kartezjańskich)
3. Ułożenie analitycznych równań równowagi; sprawdzenie czy układ jest statycznie wyznaczalny (czy ilość niewiadomych jest równa ilości równań).
4. Rozwiązanie równań równowagi, znalezienie wielkości wypadkowych sił oraz ich kierunków.



Tarcie

Tarcie (jeden z głównych czynników oporów ruchu) to całość zjawisk fizycznych towarzyszących przemieszczaniu się względem siebie dwóch ciał (tarcie zewnętrzne) lub cząstek wewnątrz tego samego ciała (tarcie wewnętrzne) i powodujących rozpraszanie energii podczas ruchu.

$$T = \mu \cdot N$$

Rodzaje tarcia zewnętrznego:

1. Tarcie ślizgowe
 - Tarcie statyczne
 - Tarcie kinetyczne
2. Tarcie toczne
3. Tarcie cięgien

Rodzaje tarcia ślizgowego:

1. Tarcie suche
2. Tarcie płynne
3. Tarcie graniczne
4. Tarcie mieszane

Tarcie ślizgowe

$$T \leq \mu \cdot N$$

Prawa tarcia sformułowane (doświadczalnie) przez Coulomba (Leonardo da Vinci, Guillaume Amontons):

1. Siła tarcia jest niezależna od wielkości stykających się powierzchni, a zależy od rodzaju materiałów, gładkości powierzchni, temperatury, smaru, zanieczyszczeń.
2. Wielkość siły tarcia, dla ciała znajdującego się w spoczynku, może zmieniać się od zera do maksymalnej wartości, zwanej wartością graniczną (proporcjonalną do siły nacisku).
3. Siła tarcia ma zwrot przeciwny do zwrotu (kierunku) przemieszczania się ciała, po utracie stanu równowagi i nie zależy od prędkości poruszającego się ciała.

Tarcie ślizgowe

Przyczyny tarcia: Wskutek chropowatości powierzchnie ciał stykają się tylko na małych obszarach styku (rzędu 1 mikrometra), występujących na grzbietach chropowatości. Obszar tych styków jest znacznie mniejszy niż powierzchni całkowitej stykających się ciał. W miejscach styku powstają siły przyczepności wywołane adhezją i tworzeniem połączeń mostkowych. Ponadto, tam, gdzie zachodzi zahaczanie się nierówności oba ciała deformują się, a często także ścierają.

$$T \leq \mu \cdot N$$

$$T_{max} = \mu \cdot N$$

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}_{max}$$

$$tg\rho = \frac{T_{max}}{N} = \mu$$

gdzie:

ρ - kąt tarcia

μ - współczynnik tarcia statycznego



Tarcie kinetyczne

$$T_k = \mu_k \cdot N$$

$$\mu_k < \mu$$

gdzie:

μ - współczynnik tarcia statycznego

μ_k - współczynnik tarcia kinetycznego

Ciało znajduje się w równowadze statycznej jeżeli wypadkowa reakcja (siła nacisku + siła tarcia) znajduje się wewnątrz stożka tarcia.



Tarcie ślizgowe

Przybliżone wartości współczynników tarcia ślizgowego:

<i>Material stykających się powierzchni</i>	<i>statyczne μ</i>		<i>kinetyczne μ_k</i>	
	<i>na sucho</i>	<i>zwilżone olejem</i>	<i>na sucho</i>	<i>zwilżone olejem</i>
Stal \Leftrightarrow Stal	0.15	0.1	0.1	0.01
Metal \Leftrightarrow Drewno	0.5-0.6	0.1	0.2-0.5	0.02-0.08
Drewno \Leftrightarrow Drewno	0.65	0.2	0.2-0.4	0.04-0.16
Stal \Leftrightarrow Lód	0.03	-	0.02	-
Guma \Leftrightarrow Asfalt	0.45-0.7	-	0.25-0.4	-

Tarcie toczne

Tarcie toczne (*nazywane również oporem toczenia*) – jest to opór ruchu występujący przy toczeniu jednego ciała po drugim. Tarcie toczne jest przykładem tarcia zewnętrznego. Tarcie toczne powstaje na skutek odkształcalności materiału koła i podłoża.

Występuje np. pomiędzy elementami łożyska tocznego lub między kołem pojazdu a nawierzchnią drogi. Zwykle tarcie toczne jest znacznie mniejsze od tarcia ślizgowego występującego między ciałami stałymi.

Dla niezbyt dużych prędkości toczenia, siła tarcia tocznego nie zależy od prędkości toczenia. Gdy prędkość toczenia jest duża, tak że prędkość powstawania odkształceń jest porównywalna z prędkością rozchodzenia się odkształceń w materiale, opory tarcia tocznego zwiększają się gwałtownie i przewyższają tarcie ślizgowe.

Dla małych prędkości toczenia, niezbyt plastycznych materiałów oraz odkształceń w zakresie sprężystego odkształcenia materiałów wielkość współczynnika tarcia tocznego „ f ” jest zależna głównie od materiałów podłoża i koła. Jeżeli są spełnione powyższe warunki, to tarcie toczne (suche) nie zależy od szerokości toczzonego ciała.

Tarcie toczne

$$\vec{T} = -\vec{F}_r$$

$$N \cdot f = F_r \cdot R$$

$$T = N \frac{f}{R}$$

$$M_T \leq F_r \cdot R = f \cdot N$$

gdzie:

f – współczynnik tarcia tocznego [m]

M_T – moment tarcia tocznego [Nm]

Warunkiem koniecznym toczenia się koła bez poślizgu, jest to żeby tarcie ślizgowe (siła tarcia) było większe od tarcia tocznego.

$$\mu \geq \frac{f}{R}$$



Tarcie toczne

Przybliżone wartości współczynników tarcia tocznego:

<i>Material toczących się elementów (koło ⇔ podłoże)</i>	<i>Współczynnik tarcia tocznego f [mm]</i>
hartowana stal ⇔ hartowana stal	0.01
stal ⇔ stal	0.5
stal ⇔ asfalt	6
drewno miękkie ⇔ stal	0.8
drewno twarde ⇔ drewno twarde	0.8
ebonit ⇔ stal	7.7
polimer ⇔ stal	2
guma ⇔ beton	15-35

Dziękuję za uwagę!

