Wprowadzenie teoretyczne

Doświadczenie „T O R S J E”

Drgania torsyjne, inaczej zwane drganiami skrętnymi, są odpowiednikiem drgań oscylatora harmonicznego, realizowane w ruchu obrotowym (skrętnym). Skręcenie wahadła o kąt θ powoduje powstanie momentu siły M, dążącego do przywrócenia stanu równowagi. Ten moment siły jest (w granicach sprężystości) proporcjonalny do kąta skręcenia wahadła:

$$M = -D \cdot \theta$$

Współczynnikiem proporcjonalności D będzie moduł sprężystości na skręcanie, który jest zależny od materiału, z którego wykonano pręt oraz długości i pola przekroju pręta.
Okres drgań wahadła skrętnego, przez całkowitą analogię do drgań harmonicznych, będzie wynosił:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

Gdzie I to **moment bezwładności**. Dla ciał, które mogą być traktowane jako skończona suma punktów materialnych moment bezwładności I będzie sumą:

$$I=\sum_i m_i \cdot r_i^2$$

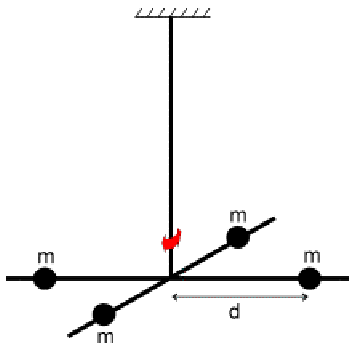
W ogólności, przy ciągłym rozkładzie masy, definiujemy go jako:

$$dI=r^2\,dm$$

Wahadło torsyjne składa się z krzyżaka zawieszonego na pręcie i obciążnika, którym razem możemy przypisać moment bezwładności I_0. Na krzyżaku umieszczono 4 odważniki o masach m. Jeśli odległość środków mas odważników od osi obrotu oznaczymy jako d, wtedy całkowity moment bezwładności układu $I = I_0 + 4 \cdot md^2$.

Wyznaczanie momentu bezwładności I_0 wahadła skrętnego (z obciążnikiem, bez czterech mas m) metodą dynamiczną będzie polegało na wyznaczeniu okresu drgań wahadła. Pomiary należy wykonać dla różnych położeń (odległości *d*) małych mas *m* na krzyżaku.
Teoretyczna zależność okresu *T* od odległości *d* mas od osi obrotu:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I_0+4md^2}{D}}$$



Po podniesieniu do kwadratu otrzymamy:

$$\underbrace{T^2}_{Y}=\underbrace{\frac{4\pi^2}{D}}_{a}\underbrace{4md^2}_{X}+\underbrace{\frac{4\pi^2}{D}I_0}_{b}$$

Do wyznaczenia momentu bezwładności należy wykonać wykres kwadratu okresu drgań wahadła T^2 od momentu bezwładności czterech ruchomych odważników ($4md^2$). Z wykresu należy odczytać obydwa współczynniki: kierunkowy *a* i wysokości *b*. Moment bezwładności I_0 będzie ilorazem współczynnika wysokości b i współczynnika kierunkowego a

$$I_0=\frac{b}{a}.$$

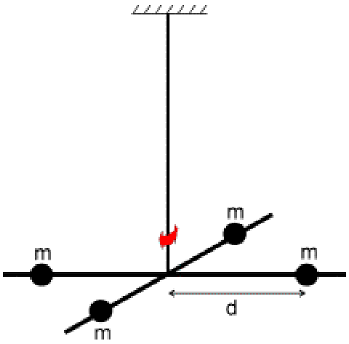
Zagadnienia do przygotowania:
- druga zasada dynamiki dla ruchu postępowego i obrotowego,
- współczynnik sprężystości,
- moment siły,
- moment bezwładności.

Szablon metodyczny

„T O R S J E”

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności metodą dynamiczną w ruchu skrętnym.
Student 2: Sprawdzanie zależności okresu drgań wahadła torsyjnego od jego momentu bezwładności.

Baza teoretyczna



Okres drgań wahadła torsyjnego:

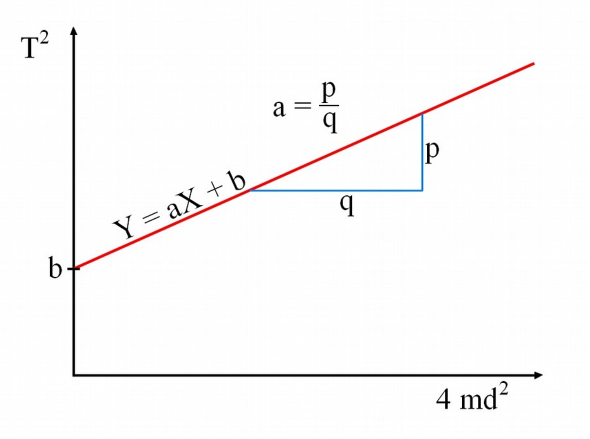
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

gdzie:
D – moduł sprężystości skręcanego pręta, zależny od materiału, długości i pola przekroju poprzecznego.
I – moment bezwładności układu, na który składa się szukany, stały moment bezwładności wahadła torsyjnego i zmienny moment bezwładności odważników o regulowanej odległości od osi obrotu:

$$I = I_0 + 4 \cdot md^2.$$

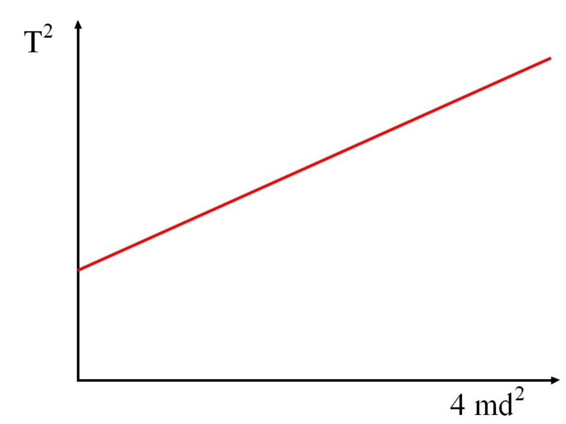
Po podstawieniu i podniesieniu T do kwadratu otrzymamy:

$$\underbrace{T^2}_{Y} = \underbrace{\frac{4\pi^2}{D}}_{a} \underbrace{4md^2}_{X} + \underbrace{\frac{4\pi^2}{D} I_0}_{b}$$



Zatem, aby **wyznaczyć moment bezwładności I_0** metodą dynamiczną przy pomocy wahadła torsyjnego należy:

- wykonać pomiary zależności okresu wahadła T od odległości d ciężarków od osi,
- sporządzić wykres zależności T^2 od momentu bezwładności ciężarków $4md^2$,
- odczytać z niego wartości współczynników a i b, oraz obliczyć moment bezwładności: $I_0 = b/a$ (dzieląc wsp. wysokości b przez wsp. kierunkowy a)



Zatem, aby **sprawdzić zależność** okresu drgań wahadła torsyjnego od momentu bezwładności, należy:

- wykonać pomiary zależności okresu wahadła T od odległości d ciężarków o osi,
- sporządzić wykres zależności T^2 od momentu bezwładności ciężarków $4md^2$,
- zanalizować jego liniowość.

Wskazówki do sprawozdania – wyznaczanie

„T O R S J E”

Student 1: Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyny.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t = 10\,T$	[s]										
d	[m]										

Δt = ...
$\Delta T = \Delta t/10 =$
Δd = ...
m = ...
Δm = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

T^2 = ...

$\Delta(T^2) = |\Delta T^2 - (T+\Delta T)^2|$ = ...

$4md^2$ = ...

$\Delta(4md^2) = 4d^2 \cdot \Delta m + 8md \cdot \Delta d$ = ...

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T^2	[s^2]										
$4md^2$	[kg m^2]										
$\Delta(T^2)$	[s^2]										
$\Delta(4md^2)$	[kg m^2]										

4. Wykres
+ obliczenie a i b (wsp. kierunkowego i wysokości dla prostej „najlepszego dopasowania”), $I_0 = b/a$
+ obliczenie a’ i b’ (wsp. kierunkowego i wysokości dla prostej odchylonej), $I_0' = b'/a'$
+ obliczenie dokładności metody $\Delta I_0 = |\, I_0 - I_0' \,|$

5. PODSUMOWANIE

Wyznaczona wartość ... wynosi ...
Dokładność metody: ...

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.

Wskazówki do sprawozdania – sprawdzanie

„T O R S J E"

Student 1: Wyznaczanie współczynnika sprężystości sprężyny.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t = 10\,T$	[s]										
d	[m]										

Δt = ...
$\Delta T = \Delta t/10$ =
Δd = ...
m = ...
Δm = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

T^2 = ...

$\Delta(T^2) = |\Delta T^2 - (T+\Delta T)^2|$ = ...

$4md^2$ = ...

$\Delta(4md^2) = 4d^2 \cdot \Delta m + 8md \cdot \Delta d$ = ...

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T^2	[s^2]										
$4md^2$	[kg m^2]										
$\Delta(T^2)$	[s^2]										
$\Delta(4md^2)$	[kg m^2]										

4. Wykres

5. PODSUMOWANIE

Ponieważ na wykresie .... można poprowadzić prostą przechodzącą przez wszystkie prostokąty niepewności pomiarowych, nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od ....

Ewentualnie: Odstępstwo od liniowości w zakresie .... może wynikać z ....

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.